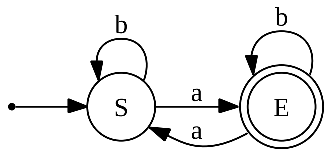
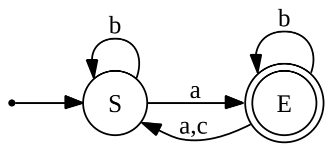
Aufgabe 1.

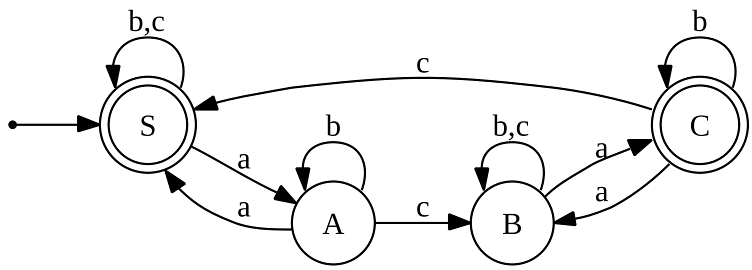
a) Endlicher Automat



b) Endlicher Automat



c) Endlicher Automat



Alle drei Automaten sind deterministisch.

Aufgabe 2.: *Minimale Automaten*
Vorgehensweise: Suche Zustandspaare, für die gilt:
$(z_1, z_2) : z_1 \neq z_2 \wedge \neg(z_1 \in E \ xor \ z_2 \notin E) \wedge \neg(\delta(z_1, a_i) \in E \ xor \ \delta(z_2, a_i) \notin E)$
und fasse diese Paare zu jeweils einem Zustand zusammen.

Tabelle zu a)

	S
E	×

Der Automat ist minimal.

Tabelle zu b)

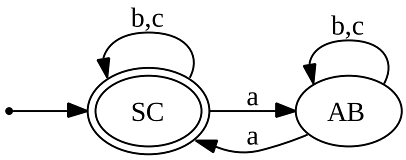
	S
E	×

Der Automat ist minimal.

Tabelle zu c)

	S	A	B
A	×		
B	×		
C		×	×

Der Automat kann noch minimiert werden, indem man (S,C) und (A,B) zu jeweils einem Zustand zusammenfasst:



Aufgabe 3.
Gemäß POSIX[1] oder auch PCRE[2] bedeuted $[abc]$ dasselbe wie $(a|b|c)$.

$L_1 : \ b^*ab^*(ab^*ab^*)^*$

$L_2 : \ b^*ab^*([ac]b^*ab^*)^*$

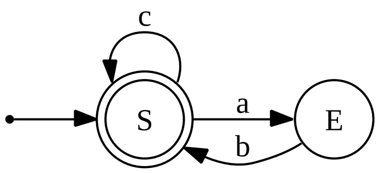
$L_3 : \ [bc]^*(a[bc]^*a[bc]^*)^*$

[1]Portable Operating System Interface
[2]Perl compatible Regular Expressions

Aufgabe 4.
Es gilt die induktive Definition Regulärer Ausdrücke von Schöning (3. Auflage, S.36/37).

a) Zu zeigen: $aa^* = a^*a$
Es gilt für $n \geq 0$: $aa^* \equiv a^1a^n = a^{1+n}$ und $a^*a \equiv a^na^1 = a^{n+1}$. Da Summen kommutativ sind, $1+n$ und $n+1$ also äquivalent sind, sind auch aa^* und a^*a äquivalent. Die Sprache besteht somit aus Wörtern, die „mindestens ein oder mehr a's enthalten“ (Oft auch als a^+ notiert).

b) $\gamma_1 = ((ab)^*|c^*)^*$ $\quad L(\gamma_1) = (L(ab)^* \cup L(c)^*)^*$
$\gamma_2 = (ab|c)^*$ $\quad L(\gamma_2) = (L(ab) \cup L(c))^*$
Wenn man für beide Sprachen einen Endlichen Automaten konstruiert, kommt man (spätestens nach einer Minimierung, wobei ich auf Anhieb die minimalsten Automaten aufgezeichnet habe) auf genau den gleichen Automaten:



Da Reguläre Ausdrücke und Endliche Automaten äquivalente Aussagen machen, folgt aus der Gleichheit der Automaten auch die Gleichheit der Regulären Ausdrücke.

c) $\gamma_1 = a(ba)^*b$
Für jedes $w_1 \in L(\gamma_1)$ gilt: $w_1 = a_1 \ldots a_n : n \geq 2, n$ gerade, und den Bedingungen:

(1) $a_1 = a$

(2) $a_n = b$

(3) $a_i = \begin{cases} b \text{ für } i \text{ gerade} \\ a \text{ für } i \text{ ungerade} \end{cases}$, für $1 < i < n$

Da 1 ungerade und n gerade gilt (3) auch für $1 \leq i \leq n$, und (1) und (2) folgen aus (3).
$\gamma_2 = ab(ab)^*$
Für jedes $w_2 \in L(\gamma_2)$ gilt: $w_2 = a_1 \ldots a_n : n \geq 2, n$ gerade, und den Bedingungen:

(1) $a_1 = a$

(2) $a_2 = b$

(3) $a_i = \begin{cases} a \text{ für } i \text{ ungerade} \\ b \text{ für } i \text{ gerade} \end{cases}$, für $3 \leq i \leq n$

Da 1 ungerade und 2 gerade gilt (3) auch für $1 \leq i \leq n$, und (1) und (2) folgen aus (3).
Für w_1 und w_2 gelten somit die selben Definitionen, womit $L(\gamma_1)$ und $L(\gamma_2)$ äquivalent sind.