Ich verwende die Funktionsdefinitionen aus SCHÖNING Kapitel 2.4:
Die Nachfolgerfunktion: $s(x)$
Die Addition: $add(x, y)$
Die modifizierte Subtraktion $sub(x, y)$
Die Multiplikation: $mult(x, y)$
Ich definiere die Ganzzahldivision, die Modulofunktion und die Exonentialfunktion:

$$div(0, y) = 0 \tag{1}$$
$$div(n+1, y) = s(div(sub(n+1, y), y)) \tag{2}$$
$$mod(0, y) = 0 \tag{3}$$
$$mod(n+1, y) = sub(n+1, mul(y, div(n+1, y))) \tag{4}$$
$$expt(x, 0) = 1 \tag{5}$$
$$expt(x, n+1) = mult(x, expt(x, n)) \tag{6}$$

Aufgabe 1.

a) Länge einer Dezimalzahl: Eine n-stellige Dezimalzahl kann man n-1 mal durch 10 teilen (mit Ganzzahldivision, der „Rest“ ist unwichtig).

$$L(0) = 0 \tag{7}$$
$$L(n+1) = s(div(n+1, 10)) \tag{8}$$

b) Dezimalzahl umdrehen: Letzte Stelle mit MOD extrahieren, mit $10^{L(x)-1}$ multiplizieren, zum Zwischenergebnis addieren, die zu verarbeitende Zahl durch 10 teilen und das ganze nochmal von vorne...

```
U(0)   = 0
U(n+1) = add(
           mult(
             mod(n+1, 10),
             expt(10, sub(L(n+1),1))
           ),
           U(div(n+1,10))
         )
```

Aufgabe 2.: *Die Folge f_i*

a)
```
t := z-1;
WHILE t!=0 0 DO
  m := x MOD z;
  IF m=0 THEN z := z DIV 2; END;
  IF m!=0 THEN
    z := z*3;
    z := z+1;
  END;
  t := z-1;
  i := i+1;
END
```

b) Ich formuliere erst die Folge f als korrekten Term (ohne Fallunterscheidung) in der Syntax primitiv rekursiver Funktionen:

```
f(0,z) = z
f(i+1,z) = add(
             mult(
               s(mult(f(i,z), 3)),
               mod(f(i,z), 2)),
             mult(
               div(f(i,z), 2),
               mod(s(f(i,z)), 2)))
```

... und jetzt noch der μ–Operator, angewant auf eine modifizierte Version von f (f soll ja 1 und nicht 0 werden):

$$f^0(i,z) = sub(f(i,z),1) \quad (9)$$
$$g(z) = \mu f^0(z) \quad (10)$$

Aufgabe 3.
Ein *while*–Programm für die Ackermannfunktion $a(x, y)$. Was die Funktion eigentlich genau macht und zu was sie gut ist, weiß ich auch nicht, ich habe lediglich die Definition aus SCHÖNING in ein korrektes *while*–Programm übersetzt ;-)

$s := \rho(x, s);$
$s := \rho(y, s);$
WHILE $x \neq 0$ DO
. $y := \pi_1(s);$
. $x := \pi_1(s);$
. IF $x = 0$ THEN $s := \rho(y + 1, s)$; END;
. IF $x \neq 0$ THEN IF $y = 0$ THEN
. . $s := \rho(x - 1, s);$
. . $s := \rho(1, s);$
. END; END;
. IF $x \neq 0$ THEN IF $y \neq 0$ THEN
. . $s := \rho(x - 1, s);$
. . $s := \rho(x, s);$
. . $s := \rho(y - 1, s);$
. END; END;
END;
$x_0 := \pi_1(s)$