Aufgabe 1.: *Kellerautomaten*

a) Da $m < 2n$ gefordert ist, muss $n \geq 2$ sein. Das kürzeste Wort aus L_1 ist also $a^2b^3 = aabbb$.
$M_1 = (\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \{a, b\}, \{A, B, \#\}, \delta, z_0, \#)$
$z_0a\# \to z_0A$, $z_0aA \to z_1AA$, $z_1aA \to z_1AA$, $z_1bA \to z_2A$,
$z_2bA \to z_3\epsilon$, $z_3bA \to z_4\epsilon$, $z_4bA \to z_4\epsilon$, $z_4bA \to z_3A$

b) $M_2 = (\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \{a, b\}, \{A, B, \#\}, \delta, z_0, \#)$
... habe mir viel überlegt, bin aber auf kein vernünftiges Ergebnis gekommen :-(

Aufgabe 2.: *CYK–Algorithmus*

a) Eine Grammatik in CNF für L:

$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, \{S\})$

```
A -> a
B -> b
S -> AA|AC|BB|BD
C -> SA
D -> SB
```

b) Das Wort liegt *nicht* in L. Es ist zwar symmetrisch, aber gemäß Definition muss $|x| \equiv 0 \; mod \; 2$ gelten, also eine gerade Wortlänge! Dieses Wort hat aber 5 Buchstaben (ungerade).

a	a	b	a	a
A	A	B	A	A
S			S	
D				

c) Das Wort liegt in L. Der Startzustand S kommt im untersten Kästchen vor.

a	b	a	a	b	a
A	B	A	A	B	A
		S			
		D			
	S				
	C				
S					

Aufgabe 3.

a) **CYK–Algorhytmus:** Da S im letzten Kästchen steht, gilt: $z \in L(G)$

b	c	c	c	a	a	b
B	S	S	S	A	A	B
	B			S		
A			B			
			A			
S						

b) Mögliche $uvwxy$–Zerlegung für z:
$u = bcc = BSS = A$,
$v = ca = SA$,
$w = a = A$,
$x = b = B$,
$y = \epsilon$
Beweis: Der Fall für $i = 0$ ist trivial: $uv^0wx^0y = uwy = B\underline{SS}A \to \underline{BB}A \to \underline{AA} \to S$
Für $i = 1$ gilt: $v^1wx^1 = vwx = S\underline{AA}B = \underline{SS}B = \underline{BB} = A = w = v^0wx^0$
Also ist der Fall für $i = 1$ äquivalent zu $i = 0$.
Induktiv kann nun geschlossen werden für alle $i \geq 0$:
Für $i = i + 1$ gilt: $v^{i+1}wx^{i+1} = v^iv^1wx^1x^i \mathrel{\widehat{=}} v^iwx^i$
Und somit: $v^iwx^i \mathrel{\widehat{=}} w$, das heißt, alle Fälle mit $i \geq 0$ sind äquivalent zu $i = 0$.

Aufgabe 4.
Leider keine Idee ...