Hinweis: Für die Darstellung von Grammatiken verwende ich die EBNF mit folgenden Konventionen: Innerhalb der Ableitungsregeln bedeuten die geschweiften Klammern eine beliebig ofte Wiederholung der enthalten Symbole. Die eckigen Klammern stehen für „ein oder kein Mal“ (Option), der vertikale Strich trennt Alternativen („entweder oder“).

Aufgabe 1.: *Grammatiken für gegebene Sprachen*

(1) $G = (V = \{S\}, \sum = \{a\}, P = \{S \to a|aS\}, S)$
Chomsky 3 (regulär)

(2) $G = (V = \{S\}, \sum = \{a, b\}, P = \{S \to ab|aSb\}, S)$
Chomsky 2 (kontext–frei)

(3) $G = (V = \{A, B, C\}, \sum = \{a, b, c\}, P, A)$
$P = \{A \to aAB|aC, cB \to Bc, CB \to bCc, C \to bc\}$
Chomsky 1 (Kontext–sensitiv)

(4) $G = (V = \{S\}, \sum = \{a, b\}, P, S)$
$P = \{S \to ab|ba|aSb|bSa|SS\}$
Chomsky 2 (kontext–frei)

(5) $G = (V = \{A, B, C\}, \sum = \{a, b, c\}, P, C)$
$P = \{$
$A \to a,$
$B \to Ab|bA,$
$C \to Bc|cB|CC,$
$cA|Ac \to cA|Ac,$
$CA|AC \to CA|AC,$
$AB|BA \to AB|BA,$
$bB|Bb \to bB|Bb,$
$CB|BC \to CB|BC$
$\}$
Chomsky 1 (Kontext–sensitiv)

Aufgabe 2.: *Eine reguläre Grammatik für L über* $\sum$
Diese Grammatik stellt die Nachkommastellen der rationalen Zahl $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$, welche sich als Dezimalzahl nach der 6. Stelle periodisch wiederholt, dar. Die Darstellung kann an beliebiger Stelle abgebrochen werden, wobei entsprechend auf oder abgerundet wird.
$G = (\{ABCDEF\}, \sum, P, A)$
$P = \{A \to 1[B], B \to 4[C], C \to 2D|3, D \to 8E|9, E \to 5F|6, F \to 7[A]\}$
Die Grammatik ist Rechtslinear (Typ–3).

Aufgabe 3.: *Die Grammatik, die kein Wort enthält*
Erste Feststellung: Die Grammatik ist vom Typ 0 (Terminalsymbole auf linken Seiten und eine Ableitungsregel, bei der $|\alpha| > |\beta|$). Zweite Feststellung: Der Ableitungsbaum terminiert nie! Der Grund: Für das Nonterminal A, welches vom Startsymbol S produziert wird, gibt es drei Ableitungsregeln. Die erste leitet auf das Nonterminal C ab, welches keine weitere Regel definiert, also eine nicht terminierte „Sackgasse“ ist. Die anderen beiden Regeln leiten unter anderem auf S ab, welches A reproduziert. Die beiden Regeln sind somit „Endlosschleifen“ die auch nie terminieren können. Da diese Befunde bereits ein erkennen eines Wortes unmöglich machen, brauchen die Ableitungsregeln für B nicht weiter untersucht zu werden.

Aufgabe 4.: *Eine reguläre Grammatik für L über* $\sum$
$G = (\{S\}, \sum, P, S)$

$P = \{S \rightarrow \{00\}\{11\}1\}$
Nachweis der Korrektheit: Die geschweiften Klammern in P stehen für $n \in I\!N_0$ Wiederholungen (nicht für Mengen! Der Operator ist hier überladen, was uns aber nicht weiter stören soll...). Da in der ersten Klammer genau 2 Nullen stehen, ergibt sich für ein beliebiges n eine Anzahl von $n * 2$ Nullen, also eine gerade Zahl. Analog gilt $n * 2 + 1$ für die Anzahl der Einsen, was definitionsgemäß eine ungerade Zahl ergibt. Eine Abbildung von S auf das leere Wort λ ist nicht möglich. Die Grammatik ist Chomsky–Typ 2 (kontextfrei).