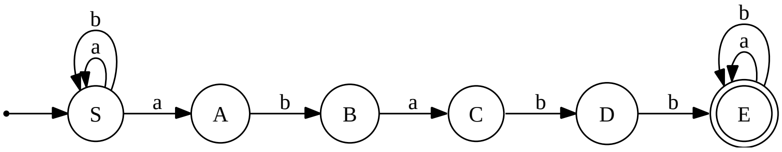
Aufgabe 1.

a) *Reguläre Grammatik zu L*
$G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$
$P = \{$
$S \to bS|aA,$
$A \to aA|bB,$
$B \to bS|aC,$
$C \to aA|bD,$
$D \to aC|bE|b,$
$E \to aE|bE|a|b$
$\}$

b) *Nichtdeterministischer endlicher Automat zu L*

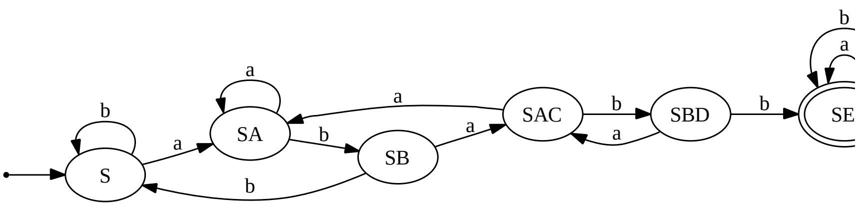


c) *Deterministischer endlicher Automat zu L*
Konstruktion des DFA ausgehend vom NFA aus Teilaufgabe 1:

(1) Konstruktion einer neuen Zustandsmenge mit $2^6 = 64$ Elementen, wobei diese Menge genau die Potenzmenge der Zustände des NFA ist. Tatsächlich wird aber nur ein kleiner Teil dieser Zustände für den DFA benötigt.

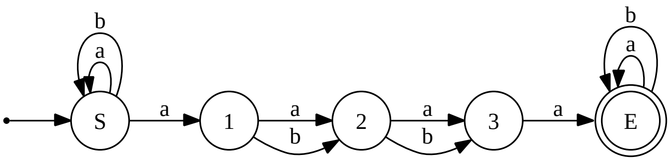
(2) Konstruktion einer neuen Überführungsfunktion, wobei sich aus einem Zustand der abzuleitende Zustand dadurch ergibt, indem man die Menge aller Zustände, in die der NFA aus den enthaltenen Zuständen mit dem jeweiligen Terminalsymbol überführt hat, als neuen überführten Zustand nimmt.

(3) Es ist zu sehen: Der somit konstruierte DFA ist äquivalent zur regulären Grammatik aus Teilaufgabe a)

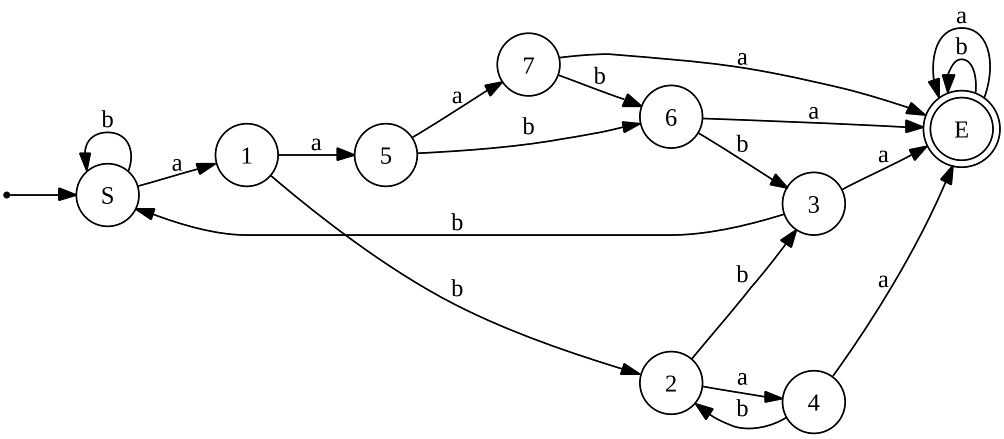


Aufgabe 2.

a) *Nichtdeterministischer endlicher Automat zu L mit 5 Zuständen*



b) *Deterministischer endlicher Automat zu L*



Aufgabe 3.

Annahme: $\hat{\delta}(z,w) = \hat{\hat{\delta}}(z,w) \quad , w \in \sum^n, n \geq 0$
Gegeben: Für $a \in \sum$ und $x \in \sum^*$ gilt:

$$\hat{\delta}(z,\lambda) = z \tag{1}$$

$$\hat{\hat{\delta}}(z,\lambda) = z \tag{2}$$

$$\hat{\delta}(\delta(z,a),x) = \hat{\delta}(z,ax) \tag{3}$$

$$\hat{\hat{\delta}}(\delta(z,x),a) = \hat{\hat{\delta}}(z,xa) \tag{4}$$

Für $n = 0$, also $w = \lambda$ gilt die Gleichheit von $\hat{\delta}$ und $\hat{\hat{\delta}}$ gemäß Definintion:

$$\hat{\delta}(z,\lambda) = z \tag{5}$$

$$= \hat{\hat{\delta}}(z,\lambda) \tag{6}$$

Induktionsanfang: $n = 1$, also $w = a$ für $a \in \sum$

$$\hat{\hat{\delta}}(z,a) = \hat{\hat{\delta}}(z,\lambda a) \tag{7}$$

$$= \delta(\hat{\hat{\delta}}(z,\lambda),a) \tag{8}$$

$$
\begin{aligned}
&= \delta(z,a) && (9)\\
&= \hat{\delta}(\delta(z,a),\lambda) && (10)\\
&= \hat{\delta}(z,a\lambda) && (11)\\
&= \hat{\delta}(z,a) && (12)
\end{aligned}
$$

Damit ist gezeigt: Für ein einzelnes Zeichen sind δ, $\hat{\delta}$ und $\hat{\hat{\delta}}$ äquivalent. Desweitern ist die Äquivalenz für ganze Wörter zu zeigen. Die Induktive Definition von $\hat{\delta}$ lässt sich als Hintereinanderausführung von δ–Funktionen schreiben. Diese Folge lässt sich wiederum von innen her auflösen zu $\hat{\hat{\delta}}$.

$$
\begin{aligned}
\hat{\delta}(z_1, a_1a_2...a_n) &= \hat{\delta}(\delta(z_1,a_1), a_2...a_n) && (13)\\
&= \delta(...\delta(\delta(z_1,a_1),a_2)...,a_n) && (14)\\
&= \delta(...\delta(\hat{\hat{\delta}}(z_1,a_1),a_2)...,a_n) && (15)\\
&= \delta(...\hat{\hat{\delta}}(z_2,a_1a_2)...,a_n) && (16)\\
&= \hat{\hat{\delta}}(z_n,a_1a_2...,a_n) && (17)
\end{aligned}
$$

Damit ist gezeigt: Die Definitionen von $\hat{\delta}$ und $\hat{\hat{\delta}}$ sind äquivalent.

Aufgabe 4.
Sei $G = \{V, \sum, P, S\}$ eine zu L passende Grammatik. G ist genau dann regulär, wenn alle Ableitungsregeln aus P die Form
$(v_1 \to \sigma[v_2]) : v_1, v_2 \in V, \sigma \in \sum$
haben. Durch Konstruktion einer neuen Menge an Ableitungsregeln P' mit
$P' = \{(v_1 \to \sigma[v_2]\sigma) : (v_1 \to \sigma[v_2]) \in P\}$
ergibt sich eine kontextfreie Grammatik $G' = \{V, \sum, P', S\}$ zur gegebenen Sprache L'.