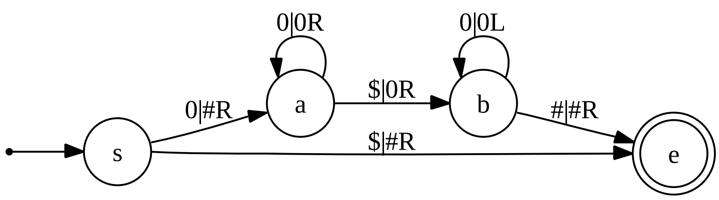
Aufgabe 1.

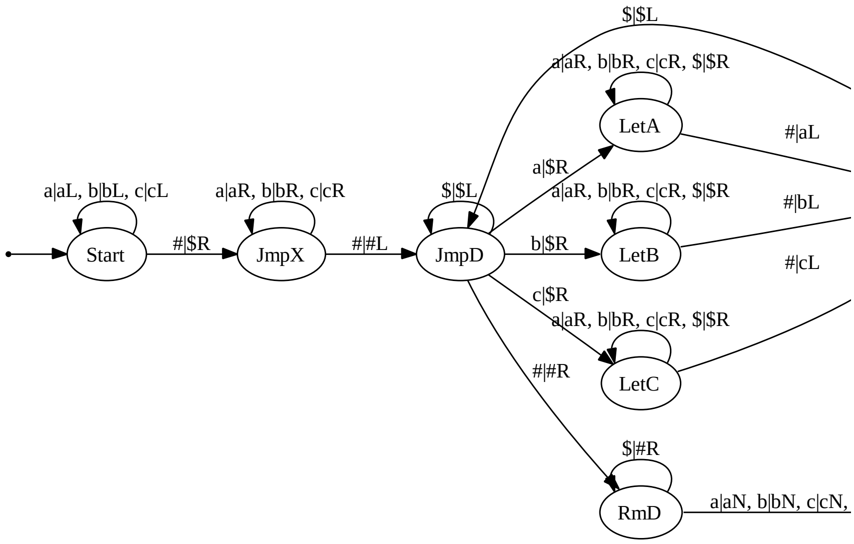
a) Die beiden unären Zahlen können addiert werden, indem man das Dollar–Zeichen entfernt, und die linke Zahl um eine Stelle nach Rechts verschiebt. Dies erreicht der Automat dadurch, indem er die erste Null der ersten Zahl löscht (mit einem Blank überschreibt) und anschließend das Dollar–Zeichen mit einer Null überschreibt. Ist das erste Zeichen ein Dollar (hat also die erste unäre Zahl den Wert 0), so wird dieser mit einem Blank überschrieben. Sind bei den beiden Zahlen $0^i, 0^j$ die Exponenten $i = j = 0$, so ist das Band nach der Rechnung leer und der Lesekopf steht über einem Blank.

$$M = (\{s, a, b, e\}, \{0, 1, \$\}, \{0, 1, \$, \#\}, \delta, s, \#, \{e\})$$



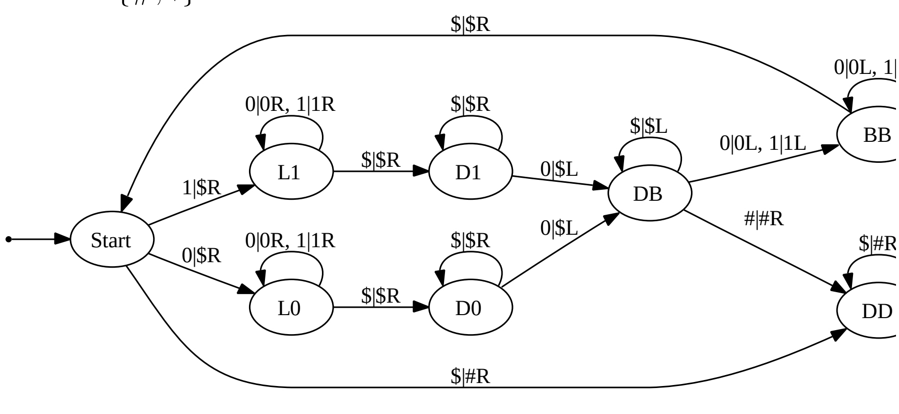
b) Diese Maschiene ist leider nicht so trivial. Mein Automat markiert zuerst den Anfang des Wortes mit einem Dollar, dann fährt er ans Ende (JmpX) und versetzt das letzte Zeichen um eine Stelle nach Rechts. Die Lücke überschreibt er mit einem Dollar (JmpD bis JmpW). Im Folgenden wird die Maschine das ursprüngliche Wort von Rechts her abbauen, und Rechts daneben — getrennt durch Dollar–Zeichen — die umgedrehte Kopie des Worts aufbauen. Wenn das ganze Wort verarbeitet ist, steht auf dem Band das umgedrehte Wort, und links daneben $|\omega| + 1$ Dollarzeichen. Dies merkt die Maschine dadurch, weil sie nach Links vor den trennenden Dollarzeichen das alte Wort sucht (JmpD), aber ganz am Anfang nur ein Blank–Zeichen findet (JmpD–RmD–Übergang). Daraufhin wird der Automat in den vorletzten Zustand versetzt, wo die Dollarzeichen gelöscht, und anschließend in den Endzustand gewechselt wird.

$M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, Start, \#, \{End\})$
$Z = \{Start, JmpX, JmpD, JmpW, LetA, LetB, LetC, RmD, End\}$
$\Sigma = \{a, b, c\}$
$\Gamma = \Sigma \cup \{\#, \$\}$

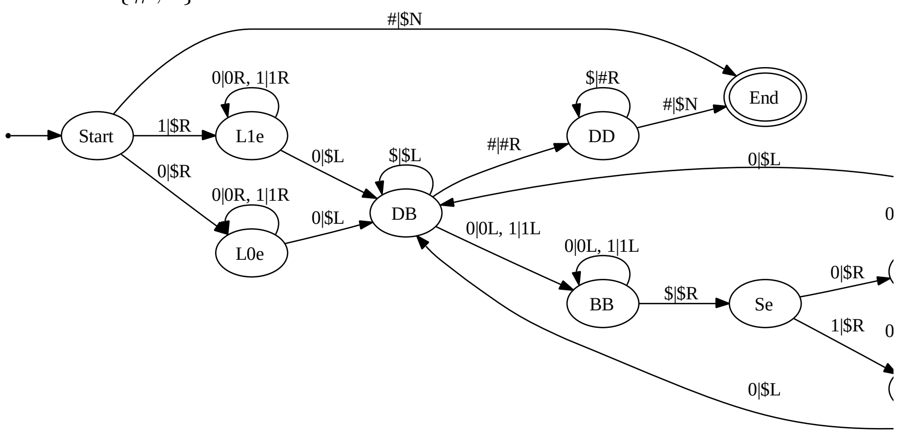


Aufgabe 2.

a) Bei dieser Maschine ist es nicht wichtig, was nachher auf dem Band steht, sondern nur, dass sie in einem Endzustand terminiert. Ich werde das Wort also „verbrauchen", also jede verarbeitete Eingabe mit einem Dollar überschreiben. Die Maschine muss zwischen den beiden Wörtern hin und her wechseln und Buchstabe für Buchstabe vergleichen. Wenn alle Buchstaben verarbeitet sind und die Eingabe gültig war, dann stehen nur noch Dollarzeichen auf dem Band. Da die Maschine auf dem ersten Zeichen terminieren soll, aber bei dieser Maschine wichtig ist, dass sie ganz zum Schluss noch das Ende kontrolliert, lösche ich auf dem letzten Rückweg alle Dollarzeichen bis auf das letzte, auf welchem die Maschine dann zum stehen kommt.
$M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, Start, \#, \{End\})$
$Z = \{Start, L0, L1, D0, D1, DB, BB, DD, End\}$
$\Sigma = \{0, 1\}$
$\Gamma = \Sigma \cup \{\#, \$\}$



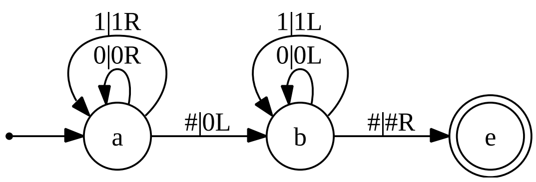
b) Bei der Turingmaschine aus Teilaufgabe a) wird der Übergang vom einen Wort zum anderen eindeutig durch Dollarzeichen bestimmt (an den Zuständen D0 bzw. D1). Wenn nun das initiale Dollarzeichen fehlt, dann muss die Maschine genau ein mal raten (Übergang von L1e/L0e nach DB). Ab dem zweiten „Durchgang“ ist die (geratene) Mitte dann auch eindeutig bestimmt, da das verarbeitete erste Zeichen des zweiten Worts ja durch ein Dollarzeichen ersetzt wurde. Nachdem geraten wurde, arbeitet die Maschine also gleich wie die aus a). Der alte Startzustand „Start“ ist nun „Se“.
$M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, Start, \#, \{End\})$
$Z = \{Start, Se, L0e, L1e, L0, L1, D0, D1, DB, BB, DD, End\}$
$\Sigma = \{0, 1\}$
$\Gamma = \Sigma \cup \{\#, \$\}$



Aufgabe 3.: *Rechnende Touringmaschinen*

a) Diese Maschine ist sehr einfach. Die Multiplikation mit 2 ist ein Bitshift Richtung MSB, es muss also einfach das erste „Blank“–Zeichen nach dem letzten Bit (LSB) mit einer Null überschrieben werden.

$$M = (\{a, b, e\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#\}, \delta, a, \#, \{e\})$$



b) Diese Maschine hat große Ähnlichkeit mit dem Mealy–Automaten aus Aufg. 1b auf Blatt 9. Der Unterschied besteht darin, dass die Zahl diesmal andersherum auf dem Band steht und das Wort kein „Ende“ hat. Der Automat muss also erst zum Ende des Worts (zum LSB) fahren, und dann analog zum bereits bekannten Mealy–Automaten vorgehen. Der Mealy–Automat hatte jedoch keine Endzustände und nur ein endliches Wort zu verarbeiten. Die Touringmaschine muss also das Blankzeichen nach dem MSB als Wortende interpretieren, gegebenenfalls die in den Zuständen b und c gespeicherten Überträge auf's Band schreiben, und dann in den Endzustand übergehen.

$$M = (\{s, a, b, c, e\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#\}, \delta, s, \#, \{e\})$$